1er. Parcial de Teoría Cuántica de Campos - 2009

1.

a) Calcule $[\gamma^\mu, \gamma^\alpha \gamma^\beta]$ y $[\gamma^\mu, \sigma^{\alpha\beta}]$.

b) Verifique que a primer orden $S^{-1}\gamma^\mu S = \Lambda^\mu{}_\nu \gamma^\nu$, siendo $S = exp\,(-\frac{i}{4} w_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu})$ la matriz que transforma el campo de un referencial a otro.

2.

a) Muestre para la ecuación de Dirac que una transformación de fase $\Psi(x) \to exp\,(i\alpha)\Psi(x)$ del campo es una simetría y calcule la corriente conservada.

b) Calcule $\partial_\mu j_5^\mu(x)$ siendo $j_5^\mu(x) = \overline{\Psi}(x)\gamma^\mu\gamma^5\Psi(x)$. Indique en qué condiciones esta corriente es conservada.

3.

La conjugación de carga para un campo de Klein-Gordon complejo se define por $\Phi(x) \to C\Phi(x)C^{-1} = \eta_c \Phi^\dagger(x)$ donde C es un operador unitario que deja invariante al vacío: $C|\,0\rangle = |\,0\rangle$ y η_c es una fase compleja.

a) Calcule los operadores transformados del Lagrangeano y de la corriente conservada, ambos definidos en el orden normal: $\hat{\mathcal{L}} =: \partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - m^2 \Phi^\dagger \Phi :$ y $\hat{j}_\mu(x) = i : \partial_\mu \Phi^\dagger \Phi - \partial_\mu \Phi \Phi^\dagger :$

b) Muestre cómo se transforman los operadores $a(\vec{p}) \to Ca(\vec{p})C^{-1}$ y $b(\vec{p}) \to Cb(\vec{p})C^{-1}$.

c) Indique cómo se transforman los estados de una partícula $|a, \vec{p}\rangle \equiv a^\dagger(\vec{p})|\,0\rangle \to C|\,a, \vec{p}\rangle$ y $|b, \vec{p}\rangle \equiv b^\dagger(\vec{p})|\,0\rangle \to C|b, \vec{p}\rangle$.

(C es el operador de conjugación de carga, que intercambia partículas con anti-partículas. La fase η_c es arbitraria y usualmente se conviene en tomar $\eta_c = 1$.)