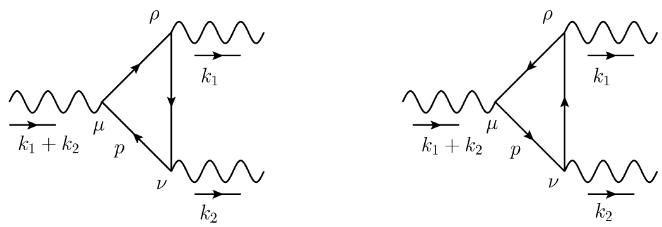
TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS

2do. Parcial – 3/12/09

1. Considere los dos diagramas siguientes, en los que en el lazo circula un fermión de masa m:



Este tipo de diagrama aparece en correcciones radiativas y en ellos al menos uno de los fotones tiene que ser virtual.

a. Escriba la contribución de estos diagramas omitiendo factores constantes y los factores que provienen de las líneas de fotones.

b. Usando que Tr(A) = Tr(A^T), y la matriz de conjugación de carga, definida por $C\,\gamma^\mu\, C^{-1} = -\gamma^{\mu\, T}$, demuestre que los dos diagramas suman cero.

Esto se puede generalizar para diagramas con un número impar de vértices y se conoce como teorema de Furry.

2. El propagador fermiónico es $\left\langle 0 \left| T(\Psi_a(x)\overline{\Psi}_b(y)) \right| 0 \right\rangle \equiv i\, S_F(x-y)_{ab}$ y en su representación integral es $S_F(x) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{\not{p} + m}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} e^{-ip\cdot x}$. El propagador escalar es $i\Delta_F(x)$ siendo $\Delta_F(x) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} e^{-ip\cdot x}$.

a. Calcule $\left\langle 0 \left| T\left(\overline{\Psi}_a(x)\Psi_b(y)\right) \right| 0 \right\rangle$ en función de S_F.

b. Exprese $\left\langle 0 \left| T\left(\overline{\Psi}(x)\ \Gamma\ \Psi(y)\right) \right| 0 \right\rangle$ como la integral de una traza, siendo Γ una matriz constante.

c. Calcule para $\Gamma = \gamma^5$ y para $\Gamma = \gamma^5\gamma^\mu$; en el caso $\Gamma = \gamma^\mu\gamma^\nu$ exprese el resultado en función de $g^{\mu\nu}$ y de $\Delta_F(y-x)$.

3. Si

$$i\mathcal{M} = \bar{u}(\vec{p}, r)\gamma_\mu\left(1-\gamma^5\right)u(\vec{q}, s)\varepsilon^\mu(\vec{k}, \lambda)$$

Calcule la suma

$$\sum_{\lambda=1}^{2}\sum_{r,s=1}^{2}\left|\mathcal{M}\right|^2$$