TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS- 3

16.
Muestre que el operador corriente, definido en orden normal, se puede escribir de acuerdo a la fórmula siguiente:

$$\hat{j}'_\mu = e : \hat{\bar{\psi}} \gamma_\mu \hat{\psi} : \; = \frac{e}{2} \left[\hat{\bar{\psi}} \, , \gamma_\mu \hat{\psi} \right]$$

17.
a) Muestre que la densidad lagrangeana de Dirac no es real y por tanto considerado como operador no es hermítico. Defina de nuevo el lagrangeano convenientemente simetrizado de forma que sea real (hermítico).
b) Demuestre que esta densidad lagrangeana difiere en una divergencia con la anterior y conduce a las mismas ecuaciones de movimiento y cargas conservadas: energía, impulso lineal y angular.

18. Conjugación de carga.
a) Sea C una matriz que verifica la relación: $C \gamma^\mu C^{-1} = - \gamma^{\mu T}$. Muestre que esta relación determina C a menos de una constante multiplicativa. Demuestre que en la representación de Dirac y de Weyl la matriz $C = i \gamma^2 \gamma^0$ verifica la relación y calcule C^T,C^{-1} y $C^\dagger$.

b) Muestre que $v(\vec{p},s) = C\overline{u(\vec{p},s)}^T$ es solución de la ecuación de Dirac para espinores tipo "v".
c) Para un campo de Dirac considere la transformación unitaria que deja invariante el vacío y transforma partículas con antipartículas y no modifica el espín ni el momento:

$$U(C)\left|\vec{p},s,a\right\rangle = \eta_a \left|\vec{p},s,\bar{a}\right\rangle$$

$$U(C)\left|\vec{p},s,\bar{a}\right\rangle = \eta_{\bar{a}} \left|\vec{p},s,a\right\rangle$$

Siendo los η fases arbitrarias de producto unidad de forma que $U(C)^2 = 1$.
Calcule cómo se transforman los operadores creación y destrucción de partículas y antipartículas y el campo de Dirac.
d) Muestre que el campo transformado por conjugación de carga, ante transformaciones de Lorentz, se transforma de igual forma que el campo de Dirac.
e) Calcule como se transforman los bilineales de los campos de Dirac.

19. Considere el lagrangeano

$$\mathscr{L}_M = i\overline{\psi_L}\partial\!\!\!/ \psi_L - m\frac{1}{2}(\overline{\psi^c_L}\psi_L + \overline{\psi_L}\psi^c_L)$$

donde

$$\psi^c_L = C\overline{\psi_L}^T$$

y C es la matriz de conjugación de carga.

i. Compruebe que $\gamma_5 \, \psi_L{}^c = \psi_L{}^c$, de forma que este campo se comporta como un campo derecho. Muestre que este campo se transforma como un campo de Dirac de forma que el lagrangeano anterior es invariante Lorentz.

ii. Muestre que el término de masa solo existe si los campos ψ_L satisfacen reglas de anticonmutación.

iii. Escriba la ecuación de movimiento para este campo.

iv. Compruebe que el término cinético es invariante ante transformaciones de fase de $\psi_L \rightarrow e^{i\alpha} \psi_L$ mientras que el término de masa no lo es.

v. Defina el campo de Majorana $\psi_M = \psi_L + \psi_L{}^c$ que verifica $\psi_M = \psi_M{}^c$. Compruebe que, a menos de derivadas totales

$$\mathscr{L}_M = i\frac{1}{2}\overline{\psi_M}\partial\!\!\!/\psi_M - m\frac{1}{2}\overline{\psi_M}\psi_M$$

vii. ¿Cuáles son las ecuaciones de movimiento de ψ_M?

viii. Demuestre que ψ_M describe partículas que son sus propias antipartículas con las dos helicidades.

ix. Reescriba las ecuaciones anteriores en términos de espinores de dos componentes utilizando la representación de Weyl de las matrices de Dirac.

20. Considere el lagrangiano

$$\mathscr{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - \frac{1}{2}M^2\phi^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi)^2 - \frac{1}{2}m^2\varphi^2 - \mu\phi\varphi^2$$

que describe dos campos reales en interacción.
a) Calcule la vida media para la desintegración $\phi\longrightarrow\varphi\varphi$ (considere M > 2m) al orden más bajo.
b) Escriba los diagramas y calcule al orden más bajo el proceso $\varphi\varphi\longrightarrow\phi\phi$.
c) Calcule la sección eficaz en el centro de masas.
d) Obtenga la distribución angular y dibuje para μ= M = 1 GeV con m=0 para la energía en el centro de masas 3 GeV.
e) Integre la distribución angular y obtenga la sección eficaz total. Dibuje en función de la energía en el centro de masas.